

## **Математическое моделирование нарушений позы больных при rectus-синдроме и hamstring-синдроме**

*Журавлев А.М.,*

ЗАО «Аконит-Медиа»

*Кручинин П.А., Хакимов А.И.*

МГУ им. М.В.Ломоносова

Важной и чрезвычайно сложной задачей биомеханики является математическое моделирование позы и движений человека с нарушениями системы регуляции движений. Для решения этой задачи необходимо моделировать особенности управляющих сигналов поступающих со стороны нервной системы. Попытки максимально точно отобразить особенности функционирования системы управления (например, с использованием технологии нейронных сетей [1]) до настоящего времени не дают удобного инструмента, позволяющего прогнозировать изменение позы или походки в результате оперативного вмешательства. В связи с этим, целесообразно моделирование основных особенностей позы и движения больных с помощью упрощенных структурных моделей и «грубых» предположений о целях и свойствах управления мышечными усилиями. Подобный подход разрабатывался ранее в [2,3]. Рассмотрим подробно задачу такого математического моделирования позы на примере больных с симптомокомплексами типа rectus-синдром и hamstring-синдром. Больные с этими синдромами относятся к группе больных с заболеваниями детского церебрального паралича и характеризуются повышенным тонусом различных групп двусуставных мышц бедра [4,5]. При rectus-синдроме повышен тонус прямой мышцы бедра (*m. rectus femoris*), а при hamstring-синдроме повышен тонус задней группы двусуставных мышц бедра, главным образом полусухожильной (*m. semitendinosus*), полуперепончатой (*m. semimembranosus*) и нежной (*m. gracilis*) мышц. Возможными клиническими проявлениями гипертонуса в первом случае является наклон таза, компенсаторный гиперлордоз и вторичная флексия либо экстензия коленных суставов, а во втором случае - фиксированная флексия коленных суставов. Исходная поза этих больных характеризуется тройным сгибанием в суставах нижних конечностей (*Z*-образной позой при стоянии). Рассмотрим модель, призванную описать распространенный вариант сохранения вертикальной позы у таких больных: относительно вертикальная поза на полусогнутых конечностях со слабо выраженными лордозом и наклоном таза, как можно видеть на фотографиях, помещенных на страницах 3 и 4 вкладыша.

Опишем положение корпуса человека в проекции на саггитальную плоскость. Рассмотрим традиционную плоскую трехзвенную антропоморфную схему скелетного многозвенника: невесомые стопа, голень, бедро, и тяжелый корпус (рис. 1). Голова и руки считаются неподвижными относительно корпуса, моделируемого твердым телом массой  $m$ , стопа неподвижна и не отрывается от пола. Обозначим через  $O_1, O_2, O_3$  центры вращения соответственно голеностопного, коленного и тазобедренного суставов, через  $|O_1O_2|=L_1, |O_2O_3|=L_2$  длины голени и бедра,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  - углы поворотов звеньев относительно неподвижной системы координат  $O_1XYZ$ , связанной со стопой. Обозначим через  $\psi_1$

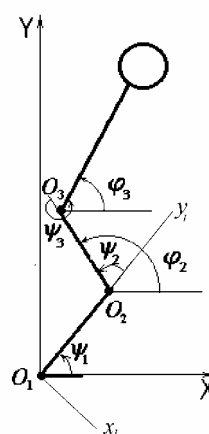


Рисунок 1. Обобщенные координаты для описания позы.

$= \varphi_1, \psi_2 = \varphi_2 - \varphi_1, \psi_3 = \varphi_3 - \varphi_2$  - углы относительных поворотов. На рисунке 2 представлена расчетная модель основных двусуставных мышц-антагонистов. На рисунке сплошными линиями изображены абсолютно жесткие элементы скелета и сухожильные окончания мышц, моделируемые нерастяжимыми нитями. Деформируемые, силовые элементы мышц изображены пунктиром. На рисунке обозначены также углы и линейные размеры, использованные для описания особенностей крепления мышц. Будем предполагать, что двусуставные мышцы играют ведущую роль в формировании позы.

Уравнения равновесия для приведенной структурной схемы выведены в [6,7] и имеют вид

$$\begin{aligned}
 -mgx_c + M_{\psi_1} + M_1 &= 0 \\
 -mga_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) + M_{\psi_3} + M_3 &= 0 \\
 -mg[L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c)] + \\
 + M_{\psi_2} + M_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь

$$x_c = L_1 \cos \psi_1 + L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) \tag{2}$$

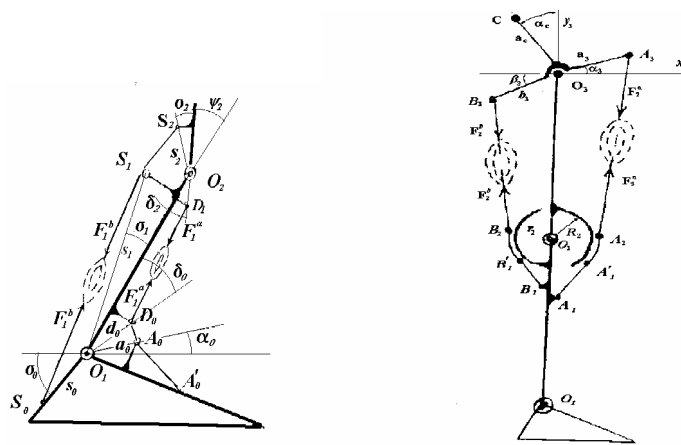


Рисунок 2. Приближенная схема крепления двусуставных мышц.

- координата центра масс  $C$ .  $M_1, M_2, M_3$ - моменты, создаваемые одно-суставными мышцами в голеностопном, коленном и тазобедренном суставах;  $M_{\psi 1}, M_{\psi 2}, M_{\psi 3}$  – моменты, создаваемые в этих же суставах двусуставными мышцами. Эти моменты определяются в соответствии со схемами на рис. 2 через усилия в мышцах по формулам в соответствии с [6,7]

$$M_{\psi 1} = -F_1^a \frac{a_0 d_0}{|A_0 D_0|} \sin(\psi_1 - \alpha_0 - \delta_0) + F_1^b s_0 \sin(\psi_1 - \sigma_0 - \sigma_1),$$

$$M_{\psi 2} = -F_2^a R_2 + F_2^b r_2 + F_1^b \frac{s_2}{L_1} [\Delta_1 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + L_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi_2 + \sigma_2)],$$

$$M_{\psi 3} = -F_2^a a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) + F_2^b b_3 \cos(\psi_2 + \beta_3),$$

где  $|A_0 D_0| = \sqrt{a_0^2 + d_0^2 - 2a_0 d_0 \cos(\psi_1 - \alpha_0 - \delta_0)}$ .

В эти выражения входят четыре силы  $F_1^a, F_1^b, F_2^a, F_2^b$  развиваемые группами двусуставных мышц бедра и голени. Здесь и далее верхние индексы  $a$  и  $b$  принадлежат величинам, описывающим состояние передних и задних групп мышц соответственно. Нижний индекс 1 указывает на принадлежность параметра к характеристикам мышц голени, а индекс 2 – на принадлежность параметра к группе мышц бедра.

Для удержания вертикальной позы человеком характерно положение центра масс смещенное вперед по отношению к оси голеностопного сустава [8]. При таком положении будем предполагать, что передняя группа мышц бедра не напряжена, и будем считать, что  $F_1^a = 0$ .

Для моделирования усилий остальных групп мышц воспользуемся моделью мышечной силы из [9]. Идеализированная статическая зависимость силы  $F_i^k$  от длины  $l_i^k$  мышцы записывается в виде

$$F_i^k(l_i^k, \lambda_i^k) = \begin{cases} 0, & \text{при } l_i^k < \lambda_i^k \\ K_i^k(l_i^k - \lambda_i^k), & \text{при } l_i^k \geq \lambda_i^k \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $K_i^k = const$  – крутизна характеристики. Величина этой крутизны определяется так называемым стретч-эффектом - иннервацией мышечных волокон за счет внутримышечных обратных связей. Величина  $\lambda_i^k$  - сдвиг нуля характеристики - определяется высшими отделами нервной системы и является управляющим параметром силы мышцы.

Выведем соотношения для длин указанных двусуставных мышц.

- 1) Длина  $l_2^a$  прямой мышцы бедра.

Представим длину прямой мышцы бедра в виде суммы  $l_2^a = |A_1A_1'| + |\cup A_1'A_2| + |A_2A_3|$ . (см. рис.3)

Длина  $|A_1A_1'|$  не зависит от углов в суставах и является величиной постоянной.

Длину  $|A_2A_3|$  найдем используя теорему косинусов в  $\Delta O_2O_3A_3$  и теорему Пифагора в прямоугольном  $\Delta O_2A_2A_3$

$$|A_2A_3| = \sqrt{L_2^2 + a_3^2 + 2L_2a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3) - R_2^2}$$

.Наконец, длину дуги  $|\cup A_1'A_2|$  найдем в виде

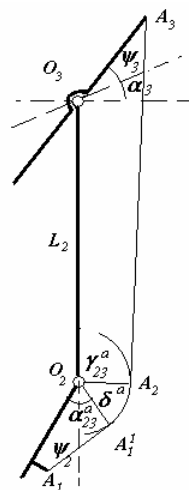


Рисунок 3. Нитяная модель прямой мышцы бедра.

$$|\cup A_1^1 A_2| = R_2 \delta^a = R_2 (\pi - \gamma_{23}^a - \alpha_{23}^a + \psi_2).$$

В этом выражении «анатомический» угол  $\alpha_{23}^a$  не зависит от значений  $\psi_2$  и  $\psi_3$ , а значение угла  $\gamma_{23}^a$  определим в результате решения треугольников  $\Delta O_2 O_3 A_3$  и  $\Delta O_2 A_2 A_3$

$$\begin{aligned} \gamma_{23}^a = \arccos & \left[ \frac{R_2}{\sqrt{L_2^2 + a_3^2 + 2L_2 a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)}} \right] + \\ & + \arctg \left[ \frac{a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3)}{L_2 + a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} l_2^a = \sqrt{L_2^2 + a_3^2 + 2L_2 a_3 \sin(\psi_3 + \alpha_3)} - R_2^2 + \\ + R_2 (\psi_2 - \gamma_{23}^a + \pi - \alpha_{23}^a) + |A_1 A_1^1| \end{aligned} \quad (6)$$

- 2) Длина  $l_2^b$  задней группы двусуставных мышц бедра (группы hamstring).

Аналогично предыдущему, длина  $l_2^b$  задней группы двусуставных мышц бедра вычисляется в виде

$$\begin{aligned} l_2^b = \sqrt{L_2^2 + b_3^2 + 2L_2 b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)} - r_2^2 + \\ + r_2 (\pi - \psi_2 - \gamma_{23}^b - \alpha_{23}^b) + |B_1 B_1^1| \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_{23}^b = \arccos & \left[ \frac{r_2}{\sqrt{L_2^2 + b_3^2 + 2L_2 b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)}} \right] + \\ & + \arctg \left[ \frac{b_3 \cos(\psi_3 + \beta_3)}{L_2 - b_3 \sin(\psi_3 + \beta_3)} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

а величины  $|B_1 B_1^1|$  и  $\alpha_{23}^b$  как и аналогичные им величины в предыдущем случае не зависят от углов в коленном и тазобедренном суставах.

- 3) Длина  $l_1^b$  икроножной мышцы.

Длину  $l_1^b$  икроножной мышцы найдем в соответствии с рис. 4 по формуле

$$l_1^b = |S_0 S_1| + |S_1 S_2|.$$

Длину  $|S_0S_1|$  найдем используя теорему косинусов в  $\Delta S_0O_1S_1$ , а длину  $|S_1S_2|$  найдем используя теорему косинусов в  $\Delta S_2O_2S_1$

$$|S_0S_1| = \sqrt{s_1^2 + s_0^2 - 2s_0s_1 \cos(\pi + \sigma_0 - \sigma_1 - \psi_1)}$$

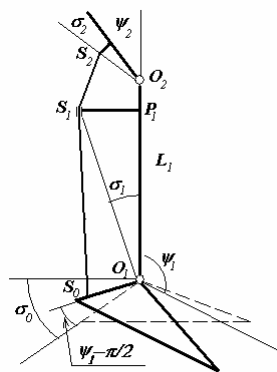
$$|S_1S_2| = \sqrt{s_2^2 + |O_2S_1|^2 - 2s_2|O_2S_1| \cos(\pi - \psi_2 - \sigma_2 - \angle S_1O_2O_1)},$$

где  $|O_2S_1| = \sqrt{L_1^2 + s_1^2 - 2L_1s_1 \cos \sigma_1}$ , (9)

и  $\angle S_1O_2O_1 = \arcsin \left[ \frac{s_1}{|O_2S_1|} \sin \sigma_1 \right]$ . (10)

Таким образом,

$$l_1^b = \sqrt{s_1^2 + s_0^2 + 2s_0s_1 \cos(\psi_1 - \sigma_0 + \sigma_1)} + \sqrt{s_2^2 + |O_2S_1|^2 + 2s_2|O_2S_1| \cos(\psi_2 + \sigma_2 + \angle S_1O_2O_1)}$$
 (11)



**Рисунок 4. Нитяная модель икроножной мышцы**

Соотношения (1)-(11) образуют систему уравнений, описывающих взаимосвязь сил двухсуставных мышц  $F_1^b, F_2^a, F_2^b$ , моментов односуставных мышц  $M_1, M_2, M_3$ , углов скелетного многозвенника  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ , и параметров управления мышечными усилиями двухсуставных мышц  $\lambda_1^b, \lambda_2^a, \lambda_2^b$ .

Для моделирования позы больного будем считать, что один из параметров управления  $\lambda_i^k$  для пораженной группы мышц определяется патологическим нервным импульсом. Клинический опыт [4,5] показывает, что величина  $\lambda_i^k$  для больного меньше длины  $\lambda_{i0}^k$

соответствующей группы мышц здорового человека в вертикальной стойке с выпрямленными ногами приблизительно на 4см.

Прочие переменные  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, M_1, M_2, M_3$  и значения  $\lambda_i^k$  для непораженных мышц при описании позы больного считаем неизвестными. Для описания позы примем следующие предположения и запишем соответствующие им соотношения.

1. Центр масс большого находится над голеностопным суставом (реальное его смещение на несколько сантиметров вперед сравнимо с погрешностями моделирования и не учитывалось)

$$x_c = L_1 \cos \psi_1 + L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c) = 0. \quad (12)$$

2. Корпус удерживается в вертикальном положении

$$\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = \pi / 2. \quad (13)$$

3. Сумма квадратов моментов односуставных мышц минимальна

$$M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 \rightarrow \min \quad (14)$$

Последнее предположение принято для определенности как одно из используемых (см. например [10,11]). Принципиально возможна минимизация и других функционалов.

Первые два предположения подтверждаются анализом клинических данных. Их подтверждением может служить также фото, приведенное на рис. III и IV вкладки.

Для численного решения этой задачи выразим из уравнения (13) угол  $\psi_3$

$$\psi_3 = \pi / 2 - \psi_1 - \psi_2 \quad (15)$$

Подставим это выражение в уравнение (12) и разрешим его относительно  $\psi_2$

$$\psi_2 = -\psi_1 + \arccos\left(\frac{a_c}{L_2} \sin \alpha_c - \frac{L_1}{L_2} \cos \psi_1\right) \quad (16)$$

и соотношение (14) примет вид

$$\psi_3 = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{a_c}{L_2} \sin \alpha_c - \frac{L_1}{L_2} \cos \psi_1\right). \quad (17)$$

Тогда алгоритм вычисления функционала  $J(M) = M_1^2 + M_2^2 + M_3^2$  по заданным значениям  $\psi_1$  и  $\lambda_i^k$  представим в виде:

- 1) Из соотношений (16) и (17) вычисляются значения  $\psi_2$  и  $\psi_3$  по величине  $\psi_1$ .
- 2) Длины мышц  $l_i^k$  вычисляются с использованием выражений (5)-(11).
- 3) Полученные значения  $l_i^k$  и заданные величины  $\lambda_i^k$  используются для определения усилий в двусуставных мышцах в соответствии с моделью Фельдмана (4).
- 4) Вычисляются моменты  $M_{\psi 1}, M_{\psi 2}, M_{\psi 3}$  из соотношений (3).
- 5) Уравнения (1) используются для вычисления моментов  $M_1, M_2, M_3$ .

6) Вычисляется минимизируемая величина

$$J(\psi_1, \lambda_1^b, \lambda_2^a, \lambda_2^b) = M_1^2 + M_2^2 + M_3^2.$$

Задача минимизации этого функционала решалась численно с помощью функции *fminsearch* пакета MATLAB для следующих значений параметров:

$m=50$  кг,  $\sigma_0=\pi/4$ ,  $\sigma_1=2^\circ$ ,  $\sigma_2=2,5^\circ$ ,  $s_0 = 7$  см,  $s_1 = 37$  см,  $s_2 = 3$  см,  $L_1=37$  см,  $L_2=40$  см,  $R_2=5$  см,  $r_2=3$  см,  $a_3 = 6.5$  см,  $b_3 = 8,5$  см,  $\alpha_3=28^\circ$ ,  $\beta_3=28^\circ$ ,  $a_c = 10$  см,  $\alpha_c = 0$ ,  $K=50$  кН/м.

Эти значения параметров приблизительно соответствуют человеку с ростом 150 см., типом среднего телосложения.

При моделировании позы больного с симптомокомплексом типа rectus-синдром значение  $\lambda_2^a$  принималось равным  $\lambda_2^a = l_2^{a(0)} - \Delta\lambda_2^a$ , где  $l_2^{a(0)}$  длина прямой мышцы бедра в выпрямленной вертикальной стойке для здорового человека ( $\psi_1 = 90^\circ$ ,  $\psi_2 = \psi_3 = 0$ ), а  $\Delta\lambda_2^a$  – изменения сдвига нуля характеристики прямой мышцы бедра, вызванное патологическим нервным импульсом.

Углы скелетного многозвенника и величины  $\lambda_1^b, \lambda_2^b$  принимались за неизвестные.

В результате формального решения задачи минимизации при различных значениях начальных приближений найдены три локальных минимума. При  $\Delta\lambda_2^a = 4$  см эти минимумы соответствуют позам со значениями углов приведены в таблице 1. Изображение поз приведены на рис. 5.

Первое решение описывает глубокий присед больного, а третье решение соответствует позе с рекурвацией коленей. Представленная математическая модель не описывает особенностей биомеханики мышечной системы, важных при моделировании указанных поз. В связи с этим, сравнение 1-й и 3-й поз с клиническими данными бессмысленно.

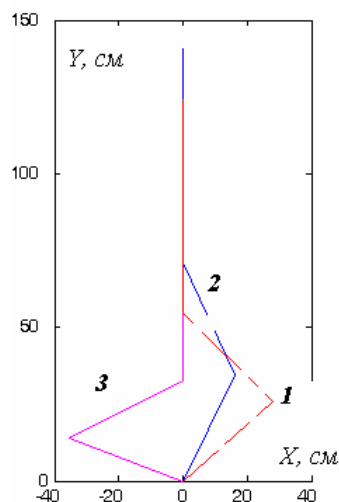


Рисунок 5. Решения системы уравнений, описывающей позу при rectus-синдроме



**Таблица 1.**

Номер решения	1	2	3
$\psi_1$	43°	65°	158°
$\psi_2$	91°	49°	-130°
$\psi_3$	-44°	-24°	62°

Предложенная математическая модель предназначалась для описания распространенной Z-образной позы, соответствующей второму решению таблицы 1. Решения этого типа полученные в результате решения задачи минимизации при различных  $\Delta\lambda_2^a$  значения углов скелетного многозвенника приведены в таблице 2. В этой же таблице приведены значения этих углов для двух больных, полученные в результате измерений проведенных по фотографиям из архива А.М. Журавлева. Анализ этих значений показывает, что приведенная модель удовлетворительно описывает качественные особенности удержания позы больным при rectus-синдроме.

**Таблица 2**

	Модель				Больной 1	Больной 2
	2	3	4	5		
$\Delta\lambda_2^a$ (см)					неизвестна	
$\psi_1$	78°	71°	65°	58°	77 °	56 °
$\psi_2$	24°	36°	49°	62°	34 °	64 °
$\psi_3$	-12°	-18°	-24°	-30°	-19 °	-41 °

Заметим также, что снятие требования о вертикальном положении корпуса больного при моделировании ведет к выпрямлению колен моделирующего многозвенника, и сохраняет угол в тазобедренном суставе в районе 23°, что коррелируется с известными состояниями части больных, склонных к глубокому лордозу позвоночника в «вертикальной стойке». Таким образом, численно подтверждается предположение А.М.Журавлева о том, что Z-образная стойка больного вызвана стремлением больного удерживать туловище в вертикальном положении, избегая глубокого лордоза.

При моделировании позы больного с симптомокомплексом типа hamstring-синдром значение  $\lambda_2^b$  принималось равным  $\lambda_2^b = l_2^{b(0)} - \Delta\lambda_2^b$ , где  $l_2^{b(0)}$  длина обобщенной мышцы для задней груп-

пы двусуставных мышц бедра в выпрямленной вертикальной стойке для здорового человека ( $\psi_1 = 90^\circ$ ,  $\psi_2 = \psi_3 = 0$ ), а  $\Delta\lambda_2^b$  – изменения сдвига нуля характеристики мышц этой группы, вызванное патологическим нервным импульсом. Углы скелетного многосвязника и величины  $\lambda_1^b, \lambda_2^a$  принимались за неизвестные. В результате решения задачи выбирались значения углов, соответствующие Z-образной позе больного. Значения углов скелетного многосвязника, полученные в результате решения задачи минимизации при различных  $\Delta\lambda_2^b$ , приведены в таблице 3. В этой же таблице приведены значения этих углов для двух больных, полученные в результате измерений проведенных по фотографиям из архива А.М. Журавлева. Анализ этих значений показывает, что приведенная модель удовлетворительно описывает качественные особенности удержания позы больным при hamstring-синдроме.

**Таблица 3**

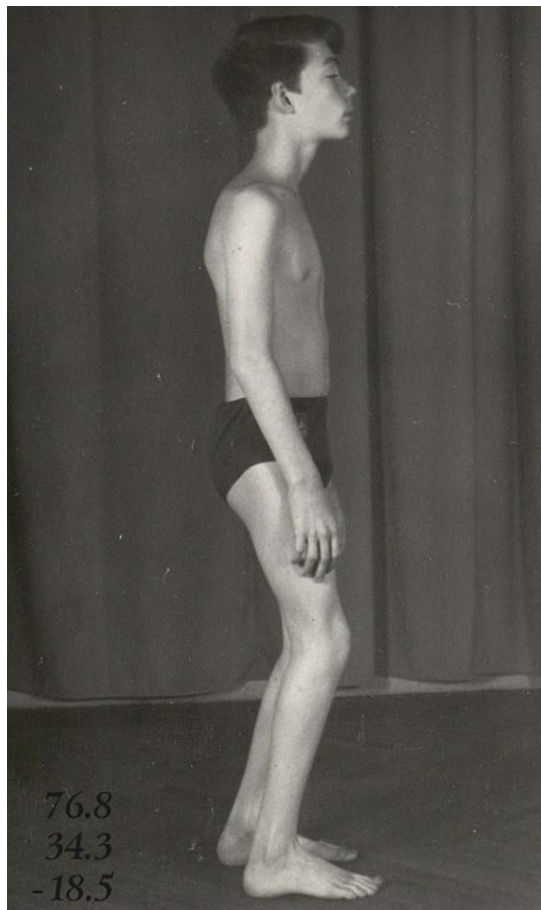
	Модель					Больной 1	Больной 2
$\Delta\lambda_2^a$ (см)	2	3	4	5	6	неизвестна	
$\psi_1$	76°	67°	60°	51°	40°	50°	67°
$\psi_2$	28°	43°	59°	76°	95°	66°	47°
$\psi_3$	-14°	-21°	-29°	-37°	-46°	-28°	-40°

Авторы благодарят доктора П.П.Демина за полезные консультации и студентов М.В.Саркисян и К.В.Никишина за помощь в проведении вычислений.

### Литература

1. Morris A.R., Naumann S., D'Eleuterio G.M.T., Wedge J. Simulating Cerebral Palsy Lokomotion for Surgery. // VII-th International Symposium on Computer Simulation in Biomechanics. 1999. Calgary. Canada.
2. Кручинин П.А. Математическое моделирование позовых нарушений больного при rectus-синдроме. // Новые технологии в медицине. Сборник докладов Первой международной дистанционной научно-практической конференции. - СПб. 2004. с.116-118.

3. Кручинин П.А., Журавлев А.М., Хакимов А.И. Моделирование изменений позовых характеристик у больных ДЦП под влиянием коррегирующих операций// Биомеханика-2004. VII Всероссийская конференция по биомеханике: Тезисы докладов. - Нижний Новгород: ИПФ РАН. 2004. Т.1. С. 119-120.
4. Журавлев А.М. и др. Хирургическая коррекция позы и ходьбы при детском церебральном параличе. - Ереван: Изд-во "Айа-стан". 1986.
5. Перхурова И.С. и др. Регуляция позы и ходьбы при детском церебральном параличе и некоторые способы коррекции. - М.: Изд-во «Книжная палата». 1996.
6. Новожилов И.В. и др. Математическое моделирование сгибательно-разгибательных движений нижних конечностей при изменении вертикальной позы человека. - Изд-во мех-мат ф-та МГУ. М., 2001.
7. Копылов И.А., Кручинин П.А., Новожилов И.В. О реализуемости движений по Н.А.Бернштейну// Известия РАН. МТТ. 2003. N 5. С. 39-49.
8. Гурфинкель В.С., Коц Я.М., Шик М.Л. Регуляция позы человека.- М.: Наука. 1965.
9. Фельдман А.Г. Центральные и рефлекторные механизмы управления. - М.: Наука. 1979.
10. Зациорский В.М., Прилуцкий Б.И. Нахождение усилий мышц человека по заданному движению// Современные проблемы биомеханики. - Нижний Новгород. 1992. Вып. 7. С.81-123.
11. Sotin A.V., Akulich Yu.A., Podgayets R.M. The calculation of loads acting on the femur during normal human walking.// Russian Journal of Biomechanics. 2000. N 1.



**Рисунок III. Один из вариантов характерной позы больного при rectus-синдроме.**



**Рисунок IV. Один из вариантов характерной позы больного при hamstring-синдроме**