

Трехзвенная математическая модель для задачи стабилизации вертикальной позы человека

*И. В. Новожилов, А. В. Терехов, А. В. Забелин,
МГУ им. М.В.Ломоносова
Ю. С. Левик, В. Ю. Шлыков, О. В. Казенников
ИППИ РАН*

При исследовании вопросов, связанных со стабилизацией вертикальной позы человека, традиционно применяется модель перевернутого маятника [1,2]. Модель подразумевает, что при исследовании указанной задачи наиболее существенным показателем является отклонение центра масс человека от вертикали. Согласно модели перевернутого маятника, тело человека заменяется жестким стержнем, проходящим через центр масс человека и ось вращения голеностопного сустава. Таким образом, модель не учитывает подвижность в коленном и тазобедренном суставах.

Ограниченность такого подхода была продемонстрирована достаточно давно [3], тем не менее, модель продолжают широко использовать благодаря ее простоте и наглядности. На основании модели перевернутого маятника был выдвинут и проверен ряд принципиальных гипотез о механизмах работы системы управления человека [4-6].

Неприменимость указанной модели для анализа движений человека на резко возмущаемом основании [3] поставила исследователей перед необходимостью использовать более сложную модель, учитывающую подвижность в трех суставах: голеностопном, коленном и тазобедренном (см. Методы) [7,8].

Обычно, в работах, использующих трехзвенную модель, мышечные усилия заменяются упругими моментами в суставах. Такой подход, отчасти, некорректен, поскольку, во-первых, мышцы по своей природе могут оказывать преимущественно стягивающие усилия, во-вторых, значительная часть мышц является двусуставными. Подробнее об этих проблемах см. [9].

В данной работе предлагается трехзвенная модель, учитывающая основные особенности строения скелетно-мышечного аппарата. Проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными из [1]. Описан результат серии экспериментов, позволяющих сравнить колебания человека при стабилизации вертикальной позы в двух условиях: при спокойном стоянии (СС) и при стоянии с ограниченной подвижностью (ОП) в коленном

и тазобедренном суставах. Результаты сопоставляются с данными модели. С помощью методов разделения движения [10] строится приближенная модель с одной независимой переменной, обладающая простотой и наглядностью модели перевернутого маятника и учитывающая подвижность в трех суставах. Проводится сравнение полной трехзвенной модели, приближенной трехзвенной модели и модели перевернутого маятника. Выявляется роль собственных колебаний в управлении движениями человека при стабилизации вертикальной позы. Важность исследования этого вопроса подчеркивалась Н. А. Бернштейном [12]. В работе высказывается гипотеза о связи собственных форм колебаний с двигательными синергиями по Бернштейну [11].

Методы

Методы математического моделирования

Для моделирования движений тела человека в сагиттальной плоскости предлагается использовать трехзвенную систему, звенья которой соединены последовательно с основанием и друг с другом посредством точечных шарниров (рисунок 1). Такая модель применима в предположении, что стопа не отрывается от земли, руки и голова неподвижны относительно корпуса, углы в одноименных суставах обеих ног совпадают. Подобная модель человеческого тела широко применяется [3,7,8,12-14]. Масс-инерционные характеристики звеньев принимаются равными масс-инерционным характеристикам левой и правой голени, рассматриваемых как одно тело - для нижнего звена, левого и правого бедра, рассматриваемых как одно тело - для среднего звена, корпуса, головы и рук, рассматриваемых как одно тело - для верхнего звена. Длины звеньев берутся равными расстояниям от оси вращения голеностопного сустава до оси коленного сустава, от оси коленного до оси тазобедренного, от оси тазобедренного сустава до центра масс верхнего звена, - для нижнего, среднего и верхнего звеньев соответственно. Для простоты предполагается, что центры масс звеньев (C_1, C_2, C_3) лежат на звеньях. Используемые

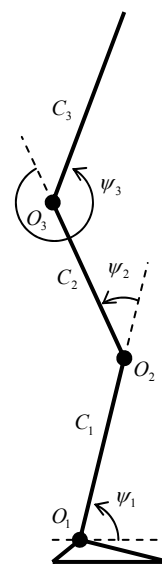


Рисунок 1. Трехзвенная система для описания тела человека.

при моделировании значения масс-инерционных характеристик и длин приведены в таблице 1 [15]. Моменты инерции (J_1, J_2, J_3) указаны относительно центров масс.

Положение описанной системы может быть задано тремя обобщенными координатами. В качестве таковых берутся суставные углы ψ_1, ψ_2, ψ_3 (рисунок 1). Согласно[1], в качестве вертикальной позы можно принять положение системы, соответствующее значениям углов ($\psi_1^0, \psi_2^0, \psi_3^0$), приведенным в таблице 2.

Таблица 1.

m_1	m_2	m_3	J_1	J_2	J_3
12кг	18кг	50кг	$1.1\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$1.4\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$2.1\text{кг}\cdot\text{м}^2$
$ O_1O_2 $	$ O_2O_3 $	$ O_1C_1 $	$ O_2C_2 $	$ O_3C_3 $	
0.50м	0.45м	0.25м	0.23м	0.18м	

Таблица 2.

ψ_1^0	ψ_2^0	ψ_3^0
83°	2°	-5°

Таблица 3.

α_3	β_3	σ_0	σ_1	σ_2	a_3	b_3	R_2	r_2	s_0	s_1	s_2
66°	66°	46°	8°	90°	10см	13см	6см	4см	6см	36см	3см

Система находится под действием силы тяжести и противодействующих ей мышечных усилий. В модели рассматриваются только двусуставные мышцы. Предполагается, что в стабилизации вертикальной позы участвуют три группы двусуставных мышц: группа задних двусуставных мышцы голени (далее обозначается индексом "1"), группа передних двусуставных мышц бедра (индекс "2"), группа задних двусуставных мышц бедра (индекс "3"). Здесь используется терминология из [16].

Для описания мышц используется "нитяная модель" [17], согласно которой в каждый момент времени мышца может быть заменена нитью соответствующей длины и натяжения, соединяющей точки крепления мышцы к скелету (рисунки 2А, 2Б). Для рассматриваемых групп мышц принята схема крепления из [12,13], приведенная на рисунках 2А, 2Б. В таблице 3 указаны используемые в модели значения геометрических параметров, полученных по [18]. Указанная схема успешно применялась при решении различных задач [8,12-14].

Для описания мышечных усилий принята λ -модель Фельдмана (гипотеза равновесной точки) [19]. Согласно этой модели, статические усилия, развиваемые мышцами, определяются текущей длиной мышцы и значением управляющего параметра λ , соответствующего порогу стретч-рефлекса. (рисунок 3). Применимость λ -модели Фельдмана для анализа вертикальной позы человека обсуждается в [20].

Предполагается, что вертикальная поза соответствует положению равновесия системы, задаваемому постоянными значениями управляющих параметров λ рассматриваемых групп мышц. Проводится линеаризация зависимости мышечных усилий от длины мышцы ℓ и управляющего параметра λ в окрестности равновесной длины ℓ^0 (рисунок 3). Линеаризованная зависимость имеет вид:

$$F(\ell, \lambda) = F(\ell^0, \lambda^0) + K(\delta\ell + \mu\delta\dot{\ell} - \delta\lambda) \quad (1)$$

где K - постоянный положительный коэффициент, имеющий размерность коэффициента жесткости, μ - постоянный положительный

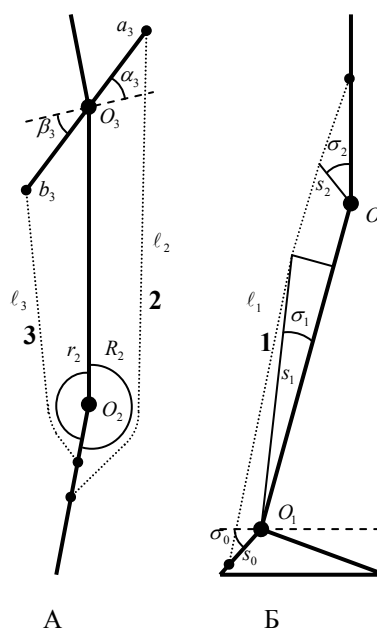


Рисунок 2. Принятая схема мышц. Мышцы обозначены частым пунктиром.

коэффициент, имеющий размерность коэффициента демпфирования. Линеаризация корректна при $F^0 = F(\ell^0, \lambda^0) > 0$.

Для простоты считается, что жесткости и коэффициенты демпфирования всех рассматриваемых мышц равны между собой:

$$K_1 = K_2 = K_3 = \kappa$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$$

С помощью уравнений Лагранжа 2-го рода выводятся уравнения движения системы. Пересчет мышечных усилий в обобщенные силы осуществлялся методом, описанным в [12]. Проводится линеаризация полученных уравнений. Для линеаризованной системы решается задача нахождение собственных частот. Для вычисления собственных чисел применяются стандартные функции среды MATLAB. Собственные частоты оказываются сильно разнесенными. Величина κ выбирается таким образом, чтобы низшая собственная частота приблизительно равнялась 0.3~0.4 Гц, что, согласно [1], соответствует основной частоте колебаний человека (подробнее см. далее раздел «основные колебания»). Методами приближенного моделирования, описанными в [21], строится приближенная модель для медленных составляющих движения. Кроме того, строится модель, получающаяся из исходной путем наложения связей

$$\psi_2 = \psi_3 = 0, \quad (2)$$

что соответствует фиксации углов в колене и бедре. Для исходной модели в силу формулы (1) вычисляются усилия в икроножной мышце (группа задних двусуставных мышцы голени) в процессе колебаний.

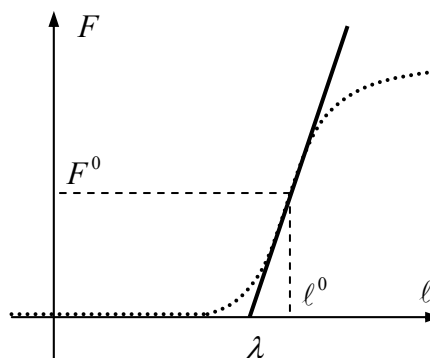


Рисунок 3. Модель Фельдмана (пунктир) и ее аппроксимация (сплошная линия).

Порядок проведения эксперимента и методы анализа экспериментальных данных.

В эксперименте принимали участие 9 человек мужского пола в возрасте от 15 до 50 лет. Все испытуемые были проинформированы о порядке проведения эксперимента и дали свое согласие на участие

в нем. В ходе эксперимента регистрировались показания стабилорафа. Частота съема сигнала - 50 Гц. Эксперимент проходил в двух условиях.

1) Условие спокойного стояния (СС). Испытуемый стоит на стабилорафе с закрытыми глазами в течение трех минут в привычной стойке. Руки испытуемого привязаны к корпусу ремнем.

2) Условие ограниченной подвижности (ОП). Испытуемый стоит на стабилорафе с закрытыми глазами в течение трех минут. Подвижность в коленном и тазобедренном суставах ограничена посредством трех деревянных планок, две из которых крепятся ремнями к ногам и корпусу со стороны живота, третья крепится к корпусу со стороны спины и затылку.

Испытуемых просили сообщать в случае возникновения чувства дискомфорта или болевых ощущений.

Проводился спектральный анализ полученных данных с помощью метода Велча (для высоких частот) и метода корреляций (для низких).

Пример спектральной характеристики, полученной методом корреляций, приведен на рисунке 4. Согласно [1], частоту, соответствующую первому пику спектра, будем называть частотой основных колебаний, а колебания на этой частоте - основными колебаниями.

Результаты

Математические модели

Построена математическая модель, описывающая движения человека вблизи вертикальной позы. В силу полученной модели, определены значения мышечных усилий, необходимых для того, чтобы положение, задаваемое углами из таблицы 2, соответствовало положению равновесия уравнений движения. Полученные значения оказываются положительными (таблица 4), что позволяет линеаризовать λ -модель Фельдмана. Проводится линеаризация уравнений построенной модели вблизи положения равновесия. В линейном приближении уравнения движения имеют вид:

$$A\delta\dot{\psi} + \mu\kappa L^T L\delta\dot{\psi} + (\kappa L^T L - G)\delta\psi = \kappa L\delta\lambda \quad (3)$$

здесь $\delta\psi = (\delta\psi_1 \ \delta\psi_2 \ \delta\psi_3)^T$ - отклонения углов от положения равновесия, $\delta\lambda = (\delta\lambda_1 \ \delta\lambda_2 \ \delta\lambda_3)^T$ - отклонения значений управляющих параметров, от соответствующих положению равновесия. Матрицы A , G , L имеют вид.

$$A = S^T \begin{pmatrix} J_1 + m_1 c_1^2 + m_2 L_1^2 + m_3 L_1^2 & (m_2 c_2 + m_3 L_2) L_1 \cos \psi_2^0 & m_3 c_3 L_1 \cos(\psi_2^0 + \psi_3^0) \\ (m_2 c_2 + m_3 L_2) L_1 \cos \psi_2^0 & J_2 + m_2 c_2^2 + m_3 L_2^2 & m_3 c_3 L_2 \cos \psi_3^0 \\ m_3 c_3 L_1 \cos(\psi_2^0 + \psi_3^0) & m_3 c_3 L_2 \cos \psi_3^0 & J_3 + m_3 c_3^2 \end{pmatrix} S$$

$$G = S^T \begin{pmatrix} -(m_1 c_1 + m_2 L_1 + m_3 L_1) g \sin \psi_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & -(m_2 c_2 + m_3 L_2) g \sin(\psi_1^0 + \psi_2^0) & 0 \\ 0 & 0 & -m_3 c_3 g \sin(\psi_1^0 + \psi_2^0 + \psi_3^0) \end{pmatrix} S$$

$$L = \begin{pmatrix} -s_0 \sin(\psi_1^0 - \sigma_0 + \sigma_1) & -\frac{s_2}{L_1 - s_1} (L_1 \sin(\psi_2^0 + \sigma_2) + s_1 \sin(\psi_1^0 - \sigma_0 + \sigma_1)) & 0 \\ 0 & R_2 & a_3 \cos(\psi_3^0 + \alpha_3) \\ 0 & -r_2 & -b_3 \cos(\psi_3^0 + \beta_3) \end{pmatrix}$$

где приняты обозначения:

$$L_1 = |O_1 O_2|, \quad L_2 = |O_2 O_3|, \quad c_1 = |O_1 C_1|, \quad c_2 = |O_2 C_2|, \quad c_3 = |O_3 C_3|$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Модель, описываемая (3), соответствует условию СС эксперимента. Далее ее будем называть трехзвенной моделью.

Согласно методам из [10] рассматривается вспомогательная система:

$$A \delta \ddot{\psi} + (\kappa L^T L - G) \delta \psi = 0 \quad (4)$$

получаемая из (3) при $\mu = 0$, $d\mu = 0$. Для системы (4) решается задача о нахождении собственных частот и собственных форм колебаний. Параметр κ выбирается в соответствии с [1] таким образом, чтобы низшая собственная частота равнялась 0.4 Гц, что соответствует основным колебаниям спокойно стоящего человека (см. раздел «основные колебания»). Отсюда:

$$\kappa \approx 8 \times 10^5 \frac{H}{M}$$

Полученные собственные векторы v_i , собственные частоты f_i и значения равновесных мышечных усилий F_i^0 приведены в таблице

Таблица 4.

F_1^0	F_2^0	F_3^0	f_1	f_2	f_3
$0.3 \cdot 10^4 H$	$1.5 \cdot 10^4 H$	$1.2 \cdot 10^4 H$	$0.4 \Gammaц$	$3.2 \Gammaц$	$9.0 \Gammaц$
v_1^T		v_2^T		v_3^T	
{0.7 -0.5 0.5}		{0.3 -0.7 0.6}		{0.4 -0.5 -0.8}	

Значительное разнесение собственных частот позволяет построить приближенную модель, описывающую движения с характерными временами порядка периодов низших собственных колеба-

ний. Применение методов из [21] к системе (3) позволяет получить приближенную модель, которая описывается одним дифференциальным уравнением и двумя алгебраическими соотношениями:

$$\begin{aligned} \tilde{I}\delta\ddot{\psi}_1 + \tilde{R}\delta\dot{\psi}_1 + \tilde{K}\delta\psi_1 &= \mathbf{n} \cdot \text{дл} \\ \delta\psi_2 &= a_2\delta\psi_1 \\ \delta\psi_3 &= a_3\delta\psi_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Значение параметров, входящих в уравнения (5), приведены в таблице 5. Далее модель, описываемую (5), будем называть приближенной трехзвенной моделью.

Таблица 5.

\tilde{I}	\tilde{K}	a_2	a_3	\mathbf{n}
$35\text{кг} \cdot \text{м}^2$	194Н	-0.7	0.7	$\{-1.7 \quad -0.8 \quad -0.8\} \times 10^4 \text{Н/м}$

Посмотрим, как изменится поведение системы (3) после наложения связи (2). Такая модель соответствует условию ОП эксперимента.

$$\begin{aligned} I\delta\ddot{\psi}_1 + R\delta\dot{\psi}_1 + K\delta\psi_1 &= n\delta\lambda, \\ \delta\psi_2 &= 0 \\ \delta\psi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Значения параметров, входящих в уравнения (6) приведены в таблице 6. Далее, модель описываемую (6), будем называть моделью перевернутого маятника.

Таблица 6.

I	K	n
$35\text{кг} \cdot \text{м}^2$	194Н	$-3 \times 10^4 \text{Н/м}$

В таблице 7 приведены сводные данные по собственным частотам для систем (3), (5), (6) при $\delta\lambda=0$.

Таблица 7.

Модели	Собственные частоты		
	низшая	средняя	высшая
трехзвенная	0.4 Гц	3 Гц	9 Гц
приближенная трехзвенная	0.4 Гц	-	-
перевернутого маятника	0.6 Гц	-	-

Основные колебания

В [1] на основании экспериментальных данных было замечено, что в сагиттальной стабิโลграмме покойно стоящего человека присутствуют колебания на частоте примерно 0.4 Гц. Эти колебания вслед за Гурфинкелем [1] будем называть основными колебаниями. В [22] высказано предположение, что основные колебания определяются жесткостью мышц. На основании этого параметр жесткости κ в (4) выбирался таким образом, чтобы низшая собственная частота системы соответствовала частоте основных колебаний.

Была проведена серия экспериментов. По экспериментальным данным для каждого испытуемого методом строились две спектральные характеристики: для условия СС и для условия ОП. Пример спектральных характеристик приведен на рисунке 4. По спектральным характеристикам определялись частоты основных колебаний (таблица 8).

Таблица 8.

Условия	ИСПЫТУЕМЫЕ									
	АЗ	АТ	ВБ	ДВ	ДК	ДТ	ПК	ПТ	ЮЛ	среднее
СС	0.35	0.35	0.55	0.35	0.3	0.5	0.25	0.5	0.25	0.35
ОП	0.7	0.4	0.65	0.65	0.4	0.65	0.4	0.65	0.35	0.55

Частоты приведены в Герцах.

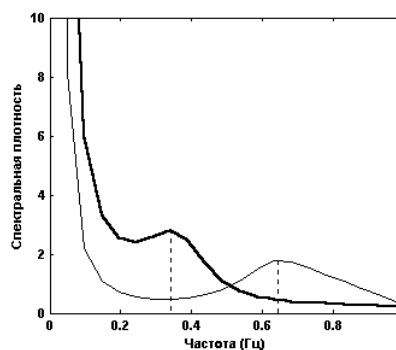


Рисунок 4. Спектральная характеристика испытуемого ДВ. Жирная линия соответствует условию СС, тонкая - условию ОП. Пунктиром обозначены пики, соответствующие основным колебаниям.

Из экспериментальных данных видно, что:

- в сагиттальной стабילוграмме присутствуют колебания на частоте в среднем 0.4 Гц.

- при ограничении подвижности в суставах частота основных колебаний смещается в среднем до 0.6 Гц. Таким образом модели (3), (5), (6) удовлетворительно описывают экспериментально отмеченное увеличение основной частоты после наложения связей.

Как видно из таблицы 7, трехзвенная модель (условие СС), у которой низшая частота равняется примерно 0.4 Гц, после наложения связи (2) переходит в модель перевернутого маятника (условие ОП), у которой низшая частота равна примерно 0.6 Гц.

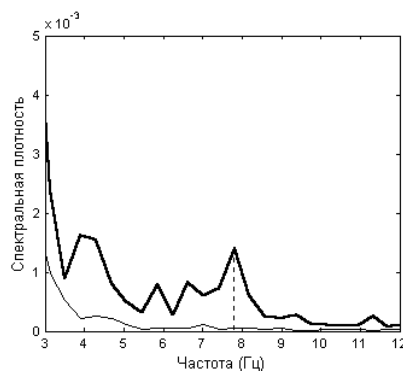


Рисунок 5. Спектральная характеристика испытуемого АЗ. Жирная линия соответствует условию СС, тонкая - условию ОП. Пунктиром обозначен пик, соответствующий высокочастотным колебаниям.

Высокочастотные колебания

В [1] приведены данные о наличии в сагиттальной стабилотграмме спокойно стоящего человека колебаний с высокой частотой (7-12 Гц) и малой амплитудой (в десятки раз меньше, чем у основных колебаний). Анализ электромиограммы (ЭМГ) икроножной мышцы [1] показал, что в ЭМГ присутствуют вспышки активности, имеющие частоту высокочастотных колебаний. На основании совместного анализа ЭМГ и стабилотграммы в [1] сделано заключение о коррелированности максимумов высокочастотных колебаний (соответствующих смещению центра давления вперед) и вспышек активности ЭМГ. На вкладке приведен рисунок I из [1], иллюстрирующий описанные явления.

Нами проведена серия экспериментов. Анализировались высокочастотные (5-12 Гц) области спектра испытуемых в условиях СС и ОП. Примеры спектральных характеристик приведены на рисунке 5. В таблице 9 приведены частоты заметных пиков в области высоких частот. Прочерк означает отсутствие таких пиков. У всех испытуемых, кроме отмеченных звездочкой, величина высокочастотных пиков в условии СС в два и более раза выше, чем в условии ОП.

Таблица 9.

Условия	ИСПЫТУЕМЫЕ									
	АЗ	АТ	ВВ*	ДВ	ДК	ДТ	ПК	ПТ	ЮЛ*	среднее
СС	8	-	8	-	7	-	6	6.5	7.5	7
ОП	-	-	6.5	-	7	-	-	7	7.5	7

Частоты приведены в Герцах.

* У этих испытуемых величина пика в условии СС меньше чем в ОП.

Из приведенных данных следует:

- в сагиттальной стабиллограмме присутствуют высокочастотные колебания.
- максимумам высокочастотных колебаний соответствуют вспышкам активности в ЭМГ.
- амплитуда высокочастотных колебаний становится заметно меньше после закрепления коленного и тазобедренного суставов.

Как видно из таблицы 7, высшая собственная частота трехзвенной модели равна 9 Гц, т.е. лежит в указанном в [1] диапазоне и согласуется с экспериментальными данными из таблицы 9.

Собственные колебания приводят к колебаниям длины икроножной мышцы, что, согласно формуле (1), приводит к колебаниям развиваемой мышцей усилий, а, следовательно, и ЭМГ. С другой стороны, стабиллограмма пропорциональна моменту в голеностопном суставе [12]. Таким образом, коррелированность ЭМГ и высокочастотных колебаний согласуется с моделью Фельдмана.

Ограничению подвижности суставов (условие ОП) соответствует модель перевернутого маятника. Как видно из таблицы 7, модель перевернутого маятника имеет одну частоту примерно 0.6 Гц. Согласно модели перевернутого маятника, в условии ОП не должны наблюдаться пики в области высоких частот. Поскольку в ходе эксперимента нельзя полностью зафиксировать суставы, эти пики сохраняются, но их величина заметно уменьшается у большинства испытуемых.

Обсуждение

Сравнение моделей

На настоящий момент при исследовании механизмов стабилизации вертикальной позы широко применяется модель перевернутого маятника. В данной работе предложены две модели: трехзвенная модель и приближенная трехзвенная модель. Сравним три указанные модели.

Модель перевернутого маятника высокой наглядностью и простотой. Она описывается одним дифференциальным уравнением второго порядка. Модель неприменима для исследования медленных движений под действием возмущений имеющих малые характерные времена [3]. Модель не позволяет различать степень участия различных мышц в изменении положения тела человека.

Трехзвенная модель описывает движения человека с учетом подвижности в голеностопном, коленном и тазобедренном суставах. Модель позволяет описать высокочастотные составляющие в спектре спокойно стоящего человека. Модель применима для исследования движений, имеющих широкий диапазон характерных времен (от десятых долей секунды до секунд). Модель позволяет различать степень участия различных мышц в изменении положения тела человека. Модель описывается системой дифференциальных уравнений шестого порядка. Высокий порядок уравнений модели затрудняет ее аналитическое исследование.

Приближенная трехзвенная модель является простой и наглядной. Она описывается одним дифференциальным уравнением второго порядка и двумя линейными алгебраическими соотношениями. Модель позволяет учесть изменение углов в голеностопном, коленном и тазобедренном суставе при стоянии и различать степень участия различных мышц в изменении положения тела человека. Модель применима для исследования медленных движений на характерных временах порядка секунд.

О связи собственных форм и синергий

Общее решение системы (4) может быть записано как сумма собственных колебаний. Качественный вид собственных форм колебаний приведен на рисунке 6. В силу системы (4), произвольное малое отклонение человека от вертикальной позы может быть представлена как суперпозиция отклонений по собственным формам [8]. Можно предположить, что двигательные синергии по Бернштейну [11] соответствуют собственным формам колебаний. Иначе говоря, нервная система "конструирует" произвольное отклонение от положения равновесия из отклонений

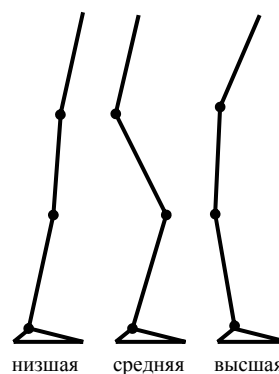


Рисунок 6. Графическое представление собственных форм колебаний трехзвенной модели.

по собственным формам. Соображения о связи двигательных синергий и собственных характеристик механической системы, описывающей тело человека, высказывались ранее в [7]. В этой статье рассматривались собственные значения и собственные формы, возникающие лишь за счет силы тяжести – без учета мышечных воздействий

Выводы

В настоящей работе построена математическая модель стабилизации вертикальной позы человека, учитывающая особенности скелетно-мышечного аппарата. Проведена серия экспериментов, в ходе которой анализировалось влияние ограничения подвижности в коленном и тазобедренном суставе на частотные характеристики стоящего человека. Построена приближенная математическая модель, обладающая простотой модели перевернутого маятника и учитывающая подвижность в голеностопном, коленном и тазобедренном суставах. Высказана гипотеза о связи собственных форм колебаний и синергий по Бернштейну.

Работа осуществлена при поддержке РФФИ (грант 02-04-48234).

Литература

1. Гурфинкель В. С., Коц Я. М., Шик М. Л. Регуляция позы человека. - М. Наука, 1965.
2. Winter D. A., Patla A. E., Rietdyk S., Ishac M. G. Ankle muscle stiffness in the control of balance during quiet standing.// J Neurophysiology, 85(6), 2001.
3. Horak F. B., Nashner L. M. Central programming of postural movements: adaptation to altered support surface configurations.// J Neurophysiology, 62, 1986.
4. Collins J. J., De Luca C. J. Open-loop and close-loop control of posture: a random walk analysis of center-of-pressure trajectories.// Experimental Brain Research 95, 1993.
5. Gurfinkel V. S., Ivanenko Yu. P., Levik Yu. S., Babakova I. A. Kinesthetic reference for human orthograde posture.// Neuroscience, 68(1), 1995.
6. Morasso P. G., Baratto L., Capra R., Spada G. Internal models in the control of posture.// Neural Networks 12, 1999.
7. Alexandrov A. V., Frolov A. A., Horak F. B., Carlson-Kuhta P., Park S. Strategies of feedback equilibrium control during human upright standing.// J Biomechanics, in press.

8. Terekhov A. V. Orthograde posture stabilization as a superposition of biarticular muscles-based eigenforms (synergies).// *Current Research In Motor Control II*, Katowice, 2004. PP. 223-230.
9. Latash M. L. Zatsiorsky V. M. Joint stiffness: myth or reality?// *Human Movement Science* 12, 1993.
10. Новожилов И. В. Фракционный анализ. - М. Изд-во механико-математического факультета МГУ, 1995.
11. Бернштейн Н. А. Физиология движений и активность. - М. Наука, 1990.
12. Новожилов И.В. и др. Математическое моделирование сгиба-тельно-разгибательных движений нижних конечностей при изменении вертикальной позы человека. – М. Изд-во мех-мат ф-та МГУ. 2001 г.
13. Копылов И. А., Кручинин П. А., Новожилов И. В. О реализуемости движений по Н. А. Бернштейну// *Известия РАН. МТТ*. 2003. N 5. С. 39-49.
14. П. А. Кручинин. Математическое моделирование поздних нарушений больного при rectus-синдроме.// *Новые технологии в медицине: сб. докл. Первой международной дистанционной науч.-практ. конф.* - СПб. 2004. С.116-118..
15. П. И. Бегун, Ю. А. Шукейло. Биомеханика. – СПб. Политехника. 2000.
16. Привес М.Г., Лысенков Н.К., Бушкович В.И. *Анатомия человека*. – Ленинград, Медицина. 1974.
17. Воронов А. В. Роль одно- и двусуставных мышц нижних конечностей при наземной локомоции.// *Физиология человека*. 23(3). 2004.
18. Rohen J. W., Yokochi C., Lutien-Drecoll E. *Color atlas of anatomy: a photographic study of the human body* - Lippincott Williams and Wilkins, 2002.
19. Фельдман А. Г. Центральные и рефлекторные механизмы управления. - М. Наука, 1979.
20. Micheau P., Kron A., Bourassa P. Evaluation of the lambda model for human postural control during ankle strategy.// *Biological Cybernetics*. 89, 2003.
21. Влахова А. В., Новожилов И. В. Разделение движений разно-частотной механической системы, не содержащей явно "малых" или "больших" параметров// *Известия РАН. МТТ*. 2003. N 1.
22. Гурфинкель В. С., Липшиц М. И., Попов К. Е. Является ли рефлекс на растяжение основным механизмом в системе регуляции вертикальной позы человека?// *Биофизика*. 19(4). 1974.

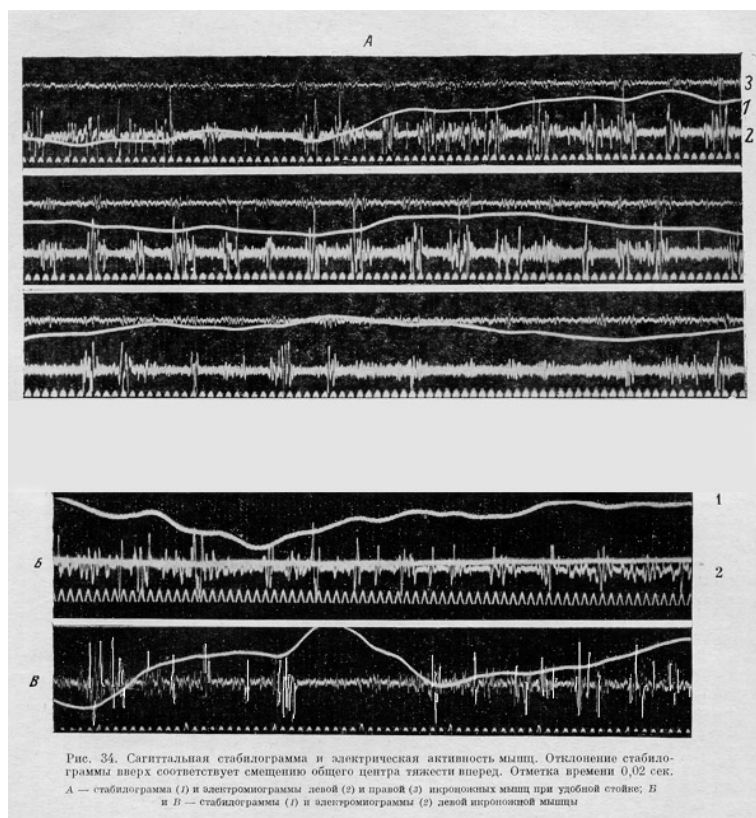


Рис. 34. Сагиттальная стабилограмма и электрическая активность мышц. Отклонение стабилограммы вверх соответствует смещению общего центра тяжести вперед. Отметка времени 0,02 сек.
 А — стабилограмма (1) и электромиограммы левой (2) и правой (3) трапециевидных мышц при удобной стойке; Б — стабилограмма (1) и электромиограмма (2) левой трапециевидной мышцы